

Università degli Studi di Roma “La Sapienza”  
Facoltà di Ingegneria – Corso di Laurea Specialistica in Ingegneria Informatica  
**Corso di Metodi Formali nell’Ingegneria del Software**  
Prof. Toni Mancini

Esercizio **E.II.20070723**

versione del 10 maggio 2008

Si consideri il seguente problema, noto come *Schur’s lemma*:

Sono date  $n$  biglie, ognuna delle quali etichettata con un numero tra 1 ed  $n$  (in particolare, esiste una biiezione tra le biglie e l’intervallo  $[1, n]$ ), e 3 urne.

Il problema consiste nell’inserire le biglie nelle tre urne in modo tale che per ogni tripla di biglie  $(x, y, z)$  tale che  $x + y = z$ , queste non siano tutte nella stessa urna.

È noto che questo problema ha soluzione se e solo se  $n < 14$ .

Descrivere la struttura (in modo parametrico rispetto ad  $n$ ) di una formula in logica proposizionale i cui modelli codifichino soluzioni al problema. Si preferisca una rappresentazione compatta della formula che enfatizzi la sua struttura. Si commentino inoltre brevemente le sue diverse parti, di modo da aumentarne la leggibilità.

Scrivere inoltre un programma in un qualsivoglia linguaggio di programmazione di alto livello che, preso in input un intero  $n$ , scriva su standard output la formula SAT corrispondente all’istanza  $n$  del problema secondo lo standard DIMACS.